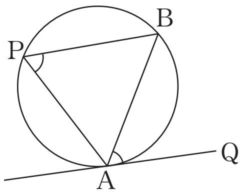
PART3　接弦定理とその逆

3　(1)　直線 AB に対して，点 P と点 Q が反対側にある。このとき，∠BAQ = ∠APB ならば，直線 AQ は △ABP の外接円と接することを証明せよ。



(2)　四角形 ABCD において，2 本の対角線 AC と BD が点 P で直交し，AB ∥ DC であるとする。このとき，△PAB と △PCD のそれぞれの外接円は互いに外接することを証明せよ。

Point Pickup

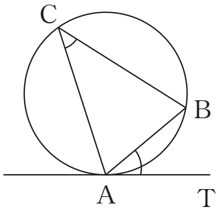
右図において次が成り立つ。

・直線 AT が点 A で円に接しているとき

∠BAT = ∠ACB　（接弦定理）

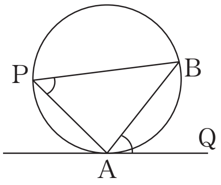
・∠BAT = ∠ACB のとき

直線 AT は点 A で円に接する　（接弦定理の逆）



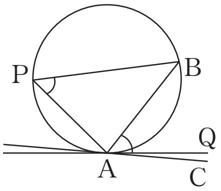
第 7 講　PART3　確認問題

1 直線 AB に対して，点 P と点 Q が反対側にある。このとき，$\angle BAQ = \angle APB$ ならば，直線 AQ は $\triangle ABP$ の外接円と接することを証明せよ。
選択肢は最も適切なものを選べ。



(証明)

$\triangle ABP$ の外接円の点 A における接線上に，右図のように点 C をとると，接弦定理より [ア] $= \angle APB$



仮定より　$\angle BAQ = \angle APB$

よって　[ア] $= \angle BAQ$

点 Q は直線 AB に対して点 P と反対側にある点であるから，[イ] にある。よって，直線 AQ は $\triangle ABP$ の外接円と接する。

[[ア] の選択肢]

① $\angle ABP$　　② $\angle BAP$

③ $\angle BAC$　　④ $\angle BAQ$

[[イ] の選択肢]

① 3 点 A，C，Q は同一直線上

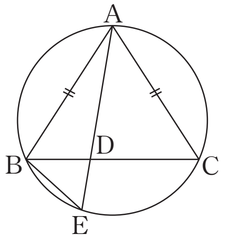
② 3 点 P，C，Q は同一直線上

③ 4 点 A，C，B，P は同一円周上

④ 4 点 A，Q，B，P は同一円周上

2　△ABC の辺 BC 上に点 D をとり，△ABC の外接円と直線 AD の交点のうち，A でないものを E とする。AB＝AC のとき，直線 AB は 3 点 B，D，E を通る円と接することを証明せよ。
選択肢は最も適切なものを選べ。

（証明）



△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

ウ ＝∠ACB

円周角の定理より

∠ACB＝ **エ**

よって

ウ ＝ エ

したがって，**オ** より，直線 AB は，3 点 B，D，E を通る円と接する。

[**ウ** の選択肢]

① ∠ABC　② ∠ADB
③ ∠ADC　④ ∠BAC

[**エ** の選択肢]

① ∠ADB　② ∠ADC　③ ∠AEB
④ ∠CAE　⑤ ∠CBE

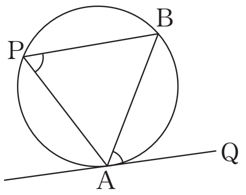
[**オ** の選択肢]

① 円周角の定理　② 円周角の定理の逆
③ 方べきの定理　④ 方べきの定理の逆
⑤ 接弦定理　⑥ 接弦定理の逆

【MEMO】

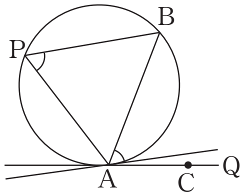
PART3　接弦定理とその逆

3　(1)　直線 AB に対して，点 P と点 Q が反対側にある。このとき，$\angle BAQ = \angle APB$ ならば，直線 AQ は $\triangle ABP$の外接円と接することを証明せよ。



(2)　四角形 ABCD において，2 本の対角線 AC と BD が点 P で直交し，AB // DC であるとする。このとき，$\triangle PAB$ と $\triangle PCD$ のそれぞれの外接円は互いに外接することを証明せよ。

(1)　$\triangle ABP$ の外接円の点 A における接線上に，右図のように点 C をとると，接弦定理より　$\angle BAC = \angle APB$



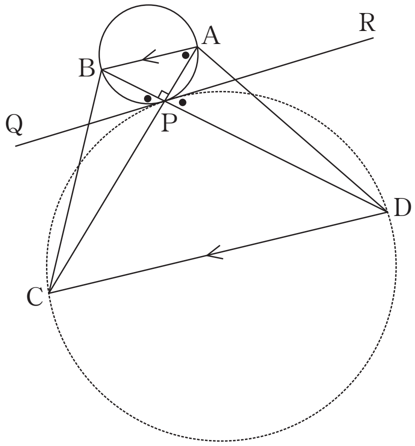
仮定より $\angle BAQ = \angle APB$

よって $\angle BAC = \angle BAQ$

点 Q は直線 AB に対して点 P と反対側にある点であるから，点 A, C, Q は同一直線上にある。

よって，2 直線 AQ，AC は一致し，直線 AQ は $\triangle ABP$の外接円と接する。

(2)　右図のように，$\triangle PAB$ の外接円において，点 P を通る接線 QR を引くと，接弦定理より $\angle BPQ = \angle PAB$



対頂角は等しいので $\angle BPQ = \angle RPD$

よって $\angle PAB = \angle RPD$

AB // DC より $\angle PAB = \angle PCD$

よって $\angle RPD = \angle PCD$

したがって(1)より，直線 QR は，点 P において $\triangle PCD$ の外接円と接する。

ゆえに，$\triangle PAB$ と $\triangle PCD$ のそれぞれの外接円は，点 P で互いに外接する。

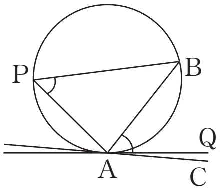
第7講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] ア：③，イ：①

[解説]

△ABP の外接円の点 A における接線上に，右図のように点 C をとると，接弦定理より



　　∠**BAC** ＝ ∠APB [A]

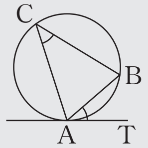
仮定より　∠BAQ ＝ ∠APB

よって　∠BAC ＝ ∠BAQ

点 Q は直線 AB に対して点 P と反対側にある点であるから，**3 点 A，C，Q は同一直線上**にある。

よって，2 直線 AQ，AC は一致し，直線 AQ は △ABP の外接円と接する。

[A]　下図において，次が成り立つ。
・直線 AT が点 A で円に接しているとき
　∠BAT ＝ ∠ACB（接弦定理）
・∠BAT ＝ ∠ACB のとき
　直線 AT が点 A で円に接する
（接弦定理の逆）

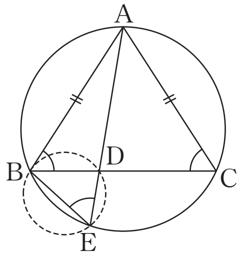


2

[正解] ウ：①，エ：③，オ：⑥

[解説]

△ABC は AB ＝ AC の二等辺三角形であるから



　　∠**ABC** ＝ ∠ACB

円周角の定理より

　　∠ACB ＝ ∠**AEB**

よって

　　∠ABC ＝ ∠AEB

したがって，**接弦定理の逆**より，直線 AB は，3 点 B，D，E を通る円と接する。 [A]